

One Of The Approaches To The Calculation Of Humidity Changes In A Complex Closed System

Gasimov G.G., Karimov V.A., Hadjiyev F.H.

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, associative professor

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, associative professor

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, associative professor

Corresponding Author: Gasimov G.G

АННОТАЦИЯ: В работе исследуются процессы влагообмена, происходящие в системах замкнутых аппаратов. Предполагается, что рассматриваемая сеть заполнена влагоносителем (жидкостью, газом, воздухом и т. д.) и состоит из линии тока, элементов конструкций и объемов. Разработан алгоритм автоматического построения математических моделей влагообмена в подобных сетях, описываемых системами дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), а также численные схемы. Разработаны методика и алгоритм для решения задачи.

Ключевые слова: влагообмен, граничные условия, гиперболическое уравнение, метод сеток, разностные схемы, метод прямых, линии тока, элемент конструкций, объем.

Annotation: In the paper, the processes of moisture exchange occurring in closed-loop systems are studied. It is assumed that the network under consideration is filled with a moisture carrier (liquid, gas, air, etc.) and consists of a streamline, structural elements and volumes. An algorithm for automatic construction of mathematical models of moisture exchange in such networks, described by systems of differential equations (ordinary and in partial derivatives), as well as numerical schemes is developed. The methodology and algorithm for solving the problem are developed.

KEYWORDS: moisture exchange, boundary conditions, hyperbolic equation, grid method, difference schemes, direct method, streamlines, structural elements, volume.

Date of Submission: 13-07-2018

Date of acceptance: 28-07-2018

Введение. Изучение процессов влагообмена всегда играло важную роль в развитии техники и естествознания. За последние десятилетия сфера интенсивного исследования и применения явлений влагообмена чрезвычайно расширилась и включает такие ведущие направления техники, как химическая технология, металлургия, строительное дело, нефтепереработка, машиностроение, физика атмосферы, исследования космических аппаратов, а также биология, геология и т.д.

При проведении различных замкнутых аппаратов (ЗА), системы достаточно больших размеров, в которых следует поддерживать определенные влажностные режимы, обеспечивающие работоспособность находящихся внутри людей, агрегатов и т.п.

Во время работы отдельные элементы и узлы (двигатели, компрессоры, холодильные установки) высокоскоростных летательных аппаратов нагреваются по-разному. Для надежной работы конструкций необходимо предпринять меры, которые установили бы предел роста температуры и влаги.

Математическая модель влагообмена представляет собой совокупность уравнений, описывающих температурное состояние влагоносителей и сопряженных с ними элементов конструкций, уравнений, моделирующих внешние и внутренние влажные воздействия, и уравнений, определяющих изменение коэффициентов и величин вследствие процессов, происходящих в системе или изменения окружающих условий.

Одним из основных способов построения математической модели влагообмена ЗА является известный метод узлов.

Комплекс уравнений, составленных для каждого узла совместно с краевыми условиями регулирования процессов влагообмена, представляет собой системы уравнений, описывающих влагообмен в ЗА. Таких узлов в аппарате может быть достаточно много.

На рис.1 показана одна часть замкнутого аппарата (ЗА). В этом процессе участвуют разные элементы. На каждом из этих элементов изменение влагообмена описывается математическими моделями.

Построение математической модели. В схеме участвуют следующие элементы линии тока, объем и элементы конструкции и элементы автоматики [1,2]. Элементы линии тока определяются уравнениями частных производных. Элементы объема и элементы конструкции модели описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

$$\rho_k \left(\frac{\partial d^k}{\partial t} + U_k \cdot \frac{\partial d^k}{\partial V_k} \right) = \frac{J_k}{L_k \cdot v_k / U_k} \quad (1)$$

Начальными условиями являются:

$$d^k(V_k, 0) = c, \quad (c = const), \quad \text{здесь } k \in B, \quad B \subset \Omega, \quad (2)$$

граничного условия:

$$d^k(0, t) = d^{k-1}(L_{k-1}, t) \quad 0 \leq |V_k| \leq L_k \quad (3)$$

$$J'_k = \frac{J_k}{L_k \cdot v_k / U_k}, \quad k+1 \in A \subset \Omega \quad (4)$$

A - множество жидкостно-жидкостных теплообменников, B - множество элементов линии тока, Ω - множество содержащее все элементы в себе, L_{k-1} - конец $(k-1)$ - го элемента; d^k - значение влаги k - ой линии тока.

Уравнение, описывающее влагообмен через воздух в объемах первой группы с гарантированным перемешиванием (объемную интенсивность которых необходимо учитывать), имеет вид:

$$\rho_k V_k \cdot \frac{dd^k}{dt} = \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}} \cdot d_k) - d_k \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}}) + \sum J_{k\hat{a}\hat{c}} \quad (5)$$

где: $\sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}} \cdot d^k)$ - количество влаги, забираемое из объекта в единицу времени;

$d^k \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}})$ - количество влаги, поступающей в объем в единицу времени;

$\sum J_{k\hat{a}\hat{c}}$ - количество влаги, забираемое из объекта в единицу времени.

Уравнение, моделирующее влагообмен в объемах первой группы с гарантированным перемешиванием (объемная инертность, которая не учитывается) имеет вид:

$$\sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}} \cdot d^k) = d^k \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}}) \quad (6)$$

Начальные условия

$$d^k(t)_{t=0} = c \quad (c = const) \quad (7)$$

Уравнение, моделирующее наперед заданное влагосодержание некоторого объема воздуха, имеет вид:

$$d^k = F(t) \quad (8)$$

где $F(t)$ может быть постоянной и переменной функцией.

Если в сеть входят также смесители, регуляторы, датчики и клапаны, то уравнение, описывающее влагосодержание в смесителе-разделителе имеет вид:

$$d^k(t) = \frac{\sum_{j=1}^{\Omega} (\rho_k \cdot v_j \cdot d^k)}{\sum_{k=1}^{\Omega} (\rho_k v_j)} \quad (9)$$

где $d2^k$ - значение влаги k -го смесителя-разделителя, $(\rho v)_j$ - массовый расход газа линии тока j ; $(\rho v d^k)_j$ - количество влаги, поступающее по линии тока j .

В герметических отсеках замкнутых аппаратов относительная влажность воздуха должна удовлетворять определенным требованиям. В связи с этим возникает необходимость определения состояния относительной влажности (характеристик) воздуха в любой момент времени.

Таким образом, в задаче совместно рассматривается нестационарный влагообмен заключенных в гидравлических трактах разветвленных контуров система влажного режима с последовательно-параллельным соединением ветвей, находящихся в влаговом взаимодействии между собой, а также объектами управления и испытателями (аппаратом, экипажем и т.д.), которые, в свою очередь, могут находиться в влаговом взаимодействии друг с другом.

Все вышеперечисленные элементы и их взаимодействия показаны на рис.1 в виде некоторой влагообменной сети. В сеть входят следующие элементы:

11 – линия тока; 1 – элемент конструкции; 1 – объем; 1 – регулятор; 3 – смеситель-разделитель; 1 – датчик.

Поскольку в задаче рассматривается изменения влаги в стационарном режиме ЗА, в каждом элементарном объеме изменения влаги в одной точке. Говоря об изменении влаги по объему, будем иметь в виду ее изменение по длине.

Решение задачи. Конкретный выбор метода существенно зависит от типа решаемой задачи. В свою очередь эти задачи подразделяются на одноточечные и многоточечные.

Поскольку системы обыкновенных дифференциальных уравнений представляют собой комплексную математическую модель влагообмена в ЗА, возникает проблема выбора устойчивых, в то же время обеспечивающих высокую точность решения численных методов.

Дифференциальные уравнения в частных производных в большинстве своем аналитическим методом не решаются. Поэтому широкое распространение получили методы приближенного их решения, в частности методы сеток, прямых, конечных элементов и т.д.

Аппроксимация уравнений в частных производных производится с использованием схем (шаблонов) Лакса, левый уголок, четырехточечный, консервативная и неявная.

Аппроксимация уравнений влагообмена в ЗА

а) Применив к уравнениям, модулирующим влагообмен на участках в линии тока (1)-(9), устойчивую схему «левый уголок», получим следующее разностное уравнение:

$$d_{i+1,j}^k = d_{i,j}^k + \left[\frac{1}{V_k \rho_k L_k} \cdot J_{\text{воз}}^k - U_k \cdot \frac{d_{i,j}^k - d_{i,j}^k}{h} \right] \cdot l \quad (10)$$

Начальные и граничные условия примут вид:

$$\begin{aligned} d_{i,0}^k &= c, (c = \text{const}), \\ d_{0,j}^k &= d_{M_{k-1},j}^{(k-1)}; (i = \overline{1, M_{k-1}}; j = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (11)$$

где l - длина шага по времени; n - длина шага по объему; U_k - объемный расход k -й линии тока; V_k - значение объема k -й линии тока; $(k-1)$ - номер предыдущего элемента; M_{k-1} - номер последней узловой точки по V ; d^k - значение влаги k -го элемента; $J_{\text{воз}}^k$ - количество влаги воздуха поступающей в линию тока;

б) Если применить к уравнению (1) шаблон «центральная аппроксимация», то получим:

$$d_{i+1,j}^k = d_{i-1,j}^k + \frac{l}{V_k \rho_k L_k} J_{\text{воз}}^k - \frac{U_k l}{h} \cdot (d_{i,j+1}^k - d_{i,j-1}^k). \quad (12)$$

Начальные и граничные условия примут вид:

$$\begin{aligned} d_{i,0}^k &= c, (c = \text{const}), \\ d_{0,j}^k &= d_{M_{k-1},j}^{(k-1)}; (i = \overline{1, M_{k-1}}; j = 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

в) применив линейную аппроксимацию к уравнениям (5), моделирующим влагообмен в объемах первой группы с гарантированным перемешиванием (объемную инертность которых необходимо учитывать), получим:

$$d1_{i+1}^k = d1_i^k + \frac{1}{(P_k \cdot V_k)} \left[\sum_{J_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k \nu_{j_{\hat{a}\hat{o}}} \cdot d1_i^k) \right] - d1_i^k \sum_{J_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k \nu_{j_{\hat{a}\hat{o}}}) + \sum_k J_{k\hat{a}\hat{c}} + 0(l). \quad (13)$$

Начальные условия будут:

$$d1_i^k(t)_{t=0} = c, (c = const), \quad (14)$$

где $d1_i^k$ - значение влаги k -го объема в i -й момент времени, ρ_k - плотность k -го объема, ν_j расход влагоносителя j -й линии тока.

г) Если в сеть входят также смесители - разделители, то после аппроксимации уравнение (10) примет следующий вид:

$$d2_{i+1}^k = \frac{\sum_{i=1}^{\Omega} (\rho_k \cdot \nu_j \cdot d_i^k)}{\sum_{j=1}^{\Omega} (\rho_k \cdot \nu_j)}, \quad (15)$$

где j - номер линии тока, через которую в смеситель-разделитель поступает влага; Ω - количество ветвей, через которые в смеситель-разделитель поступает влага.

Автоматическое построение математической модели влагообмена на ЭВМ

Рассмотрим процесс автоматической генерации систем конечно-разностных уравнений влагообмена в линии тока. Для примера рассмотрим математическую модель влагообмена в сети, приведенной на рис.1.

Пусть z - множество объемов, Ω - множество линий тока. Рассмотрим простейший случай. Пусть $j \in \Omega$ - линия ток, в соседстве с которой имеется только i -й объем. В этом случае уравнение влагообмена для j -ой линии тока будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial d^j}{\partial t} + U_j \cdot \frac{\partial d^j}{\partial V_j} = F_1(t, \rho_j, V_j, J_{\hat{a}\hat{c}}, F_j, Q_j) \quad (16)$$

где ρ_j - плотность контура, Q_j - есть влажный поток, направленный к объему, d^j - влага j -ой линии тока, V_j - длина j -го объема, U_j - объемный расход влагоносителя.

Конечно-разностная система, соответствующая модели (21) имеет вид:

$$d_{i+1,j}^j = d_{i,j}^j + l \cdot F_2(t, \rho_j, V_j, J_{\hat{a}\hat{c}}, U_j, F_j, Q_j) \quad (17)$$

где начальные и граничные условия следующие:

$$d_{i,0}^j = c,$$

$$d_{0,j1}^j = d_{M,j1}^{j-1},$$

$$F_2(t, \rho_j, V_j, J_{\hat{a}\hat{c}}, U_j, F_j, Q_j) = \frac{Q_j}{\rho_j} \cdot l - l \frac{d_{i,j1}^j - d_{i,j1}^{j-1}}{h} \cdot U_j,$$

$$Q_j = r \rho_j (d_{i,j1}^{\hat{a}\hat{o}} - d_{i,j1}^{\hat{a}\hat{o}'})$$

Для автоматической генерации конечно-разностных уравнений необходимо знание начального значения влаги в элементах линии тока, значения плотности, парообразования, объемного расхода влагоносителя, номер элемента, с которым данная линия тока связана, для подсчета Q_j . На основании этих данных мы можем построить таблицу (таб. 1) связей между элементами линии тока и объема.

В таблице 1. через $c_{k,i}$ ($i = 1,7$) обозначены значения параметров уравнения (16), правые части уравнений (15)-(16) в новых обозначениях будут иметь вид:

$$F_2(t, \rho_j, V_j, J_{\hat{a}\hat{c}}, U_j, F_j, Q_j) = l \cdot \frac{c_{k,7}(c_{k,2} - c'_{k,2})}{c_{k,4}} - l c_{k,3} \cdot \frac{c_{k,7}(c_{k,2} - c'_{k,2})}{h}. \quad (18)$$

Заметим, что правая часть уравнения (17) с помощью таблицы формируется достаточно просто.

Аналогичным образом можно построить таблицу связей отдельно для объекта.

Таблица связей для смесителей-разделителей состоит из 30 столбцов. Каждый смеситель или разделитель может иметь: 1) два выхода; 2) один вход и один выход; 3) два входа. Для каждого входного элемента линии тока выделены 5 столбцов. В этой таблице четыре столбца выделены для условий работы регулятора. Кроме того, в таблице есть столбец, в котором приводится признак полученной строки. В таблице для каждого элемента выделены 3 строки. Помечаются те строки, которые удовлетворяют условию регулярности. На следующем шаге этот столбец обнуляется. При повторном заходе проверяются условия работы, то в предыдущей строке значение признака обнуляется и в новый столбец вместо нуля заносится единица. После этого данная строка используется для определения влаги смесителя-разделителя. В сети участвуют элементы, которые могут работать в режиме смесителя-разделителя.

Численное решение систем дифференциальных уравнений комплексной модели влагообмена ЗА и анализ результатов

1. Метод прямых. В отличие от метода сеток в методе прямых частные производные аппроксимируют не по всем, а только по некоторым избранным переменным, тем самым дифференциальные уравнения приближенно заменяют дифференциально-разностными с меньшим числом непрерывных независимых переменных. Этот метод можно рассматривать как предельный случай метода сеток, когда шаги разбиения по части независимых переменных стремятся к нулю. Метод прямых, таким образом, позволяет понизить размерность задачи и заменить исходную систему граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим участок тепловой сети, приведенной на рисунке и задачу о влагообмене в k -ой линии тока. Обозначим: V_k - текущая координата k -ой линии тока, $|V_k|$ - длина k -ой линии тока; d_k - искомая влага k -ой линии тока ($d^k = d^k(V_k, t)$), причем $0 \leq |V_k| \leq L_k$, L_k - задано.

Пусть $d^{k-1}(L_{k-1}, t)$ - влага выхода $(k-1)$ -ой линии тока в любой момент времени, т.е. $d^{k-1} = d^{k-1}(L_{k-1}, t)$, которая подается на вход k -ой линии тока. Пусть V_f и d_f соответственно t -ой линии тока, через которую осуществляется внешнее влажное воздействие на k линию тока с коэффициентом влагопередачи $F_{(f,k)}$. Тогда с учетом формул (16), (17) задача о влагообмене в k -ой линии тока будет иметь вид:

$$\frac{dd^k}{dt} = -U_k \cdot \frac{dd^k}{dt} + \frac{1}{\rho_k c_k} \cdot q_k \quad (19)$$

где

$$k \in \Omega, q_k = F_{(f,k)}(d^f - d^{k\hat{a}\hat{a}}) \cdot V_k^{-1}, \quad (20)$$

$$0 < |V_k| \leq L_k.$$

Начальные условия:

$$d^k(V_k, 0) = c. \quad (21)$$

Краевые условия:

$$d^k(0, t) = d^{k-1}(L_{k-1}, t) \text{ при } V_k = 0, \quad d^{k\hat{a}\hat{a}} = d^{(k-1)\hat{a}\hat{a}}.$$

При построении вычислительных схем методом прямых операция дифференцирования аппроксимируется по прямой V_k . Для этого предварительно в исходной области $(V_{k,t})$ проводятся прямые

$$V_k^j = j \cdot h, \quad j = \overline{0, N_k}, \quad N_k \cdot h = L_k,$$

и на каждой из внутренних прямых $V_k = V_k^j$ ($j = \overline{1, N_{k-1}}$) производные на соседних прямых:

$$\frac{\partial d_j^k}{\partial V_k} = \frac{d_{j+1}^k(t) - d_j^k(t)}{2h}, \quad j = \overline{1, N_{k-1}}. \quad (22)$$

Тогда уравнение (24) примет вид:

$$\frac{dd_j^k(t)}{dt} = -U_k \cdot \frac{d_{j+1}^k(t) - d_{j-1}^k(t)}{2h} + \frac{1}{\rho_k c_k} \cdot q_k \quad (23)$$

Начальные условия:

$$d^k(V_k^j, 0) = c, \quad j = \overline{1, N_k}, \quad (24)$$

причем

$$d^k(0, t) = d^{k-1}(0, t) = c \text{ при } V_k = 0, \quad (25)$$

где $d^k(0, t) = d^{k-1}(L_{k-1}, t)$ - конечная точка предыдущего элемента.

Таким образом, система дифференциальных уравнений в частных производных окажется сведенной к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями, т. е к задаче Коши.

Комплексная математическая модель влагообмена при применении метода прямых сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

1) для линии тока

$$\frac{dd_j^k(t)}{dt} = -U_k \cdot \frac{d_{j+1}^k(t) - d_{j-1}^k(t)}{2h} + \frac{1}{\rho_k c_k} \cdot V_k^{-1} q_k, \quad (26)$$

$$0 < |V_k| \leq L_k$$

Начальные условия имеют вид:

$$d^k(V_k^j, 0) = c, \quad j = \overline{1, N_k},$$

2) для объемов первой группы имеет вид:

$$\rho_k V_k \cdot \frac{dd^k}{dt} = \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{\hat{a}\hat{o}} \cdot d1^k) - d^k \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}}) + \sum J_{k\hat{a}\hat{o}\hat{c}} \quad (27)$$

где

$\sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{\hat{a}\hat{o}} \cdot d1^k)$ - количество влаги, забираемое из объема в единицу времени;

$d1^k \sum_{j_{\hat{a}\hat{o}}} (\rho_k v_{j_{\hat{a}\hat{o}}})$ - количество влаги, поступающей в объем в единицу времени;

$\sum J_{k\hat{a}\hat{o}\hat{c}}$ - количество влаги, забираемое из объема в единицу времени.

Начальные условия:

$$d1^k(t)|_{t=0} = c, \quad (c = const),$$

В качестве примера решим задачу, реализующую влажную сеть приведенную на рисунке 1, состоящую из линии тока, объема, а также из элементов автоматики. Сеть состоит из одного контура, пяти линий тока, одного объема.

Приведем математические модели этих элементов для линии тока,

$$\rho_k \cdot \left(\frac{\partial d^k}{\partial t} + U_k \cdot \frac{\partial d^k}{\partial V_k} \right) = \frac{J_k}{L_k \cdot v_k / U_k}, \quad (k = \overline{1, 5}) \quad (28)$$

для объема.

$$\rho_{12} \cdot V_{12} \cdot \frac{dd^{12}}{dt} = \rho_{12} v_{6\hat{a}\hat{x}} \cdot d^{12} - d^{12} \cdot \rho_{12} \cdot v_{6\hat{a}\hat{u}\hat{o}} + J_{6\hat{a}\hat{o}\hat{c}} \quad (29)$$

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$d^{12}(t)|_{t=0} = c, \quad d_k(0, t) = d_{k-1}(L_{k-1}, t) \quad (30)$$

где $(k-1)$ предыдущий элемент k -ой линии тока. Для элемента (5) линии тока, который является соседним с объемом (6) граничное условие имеет вид $d^5(0,t) = T_{12}(0)$, где $d^{12}(t)$ - влага объема, $d_i(V,t)$ - температура i -ой линии тока ($i = \overline{1,11}$).

Для данной задачи был реализован метод прямых, решалась система обыкновенных дифференциальных уравнений (22)-(24), модифицированный методом Эйлера. Результаты решения приводятся в таблице 2. Эти результаты будут в дальнейшем использованы для анализа численных результатов.

Таблица 1.

Номер элемента	Начальное состояние влаги	Значение объемного расхода	Значение плотности	Номер предыдущего элемента	Тип предыдущего элемента	Значение парообразования	Значение температуры
1	2	3	4	5	6	7	8
$c_{k,1}$	$c_{k,2}$	$c_{k,3}$	$c_{k,4}$	$c_{k,5}$	$c_{k,6}$	$c_{k,7}$	$c_{k,8}$

Решим эту же задачу методом сеток. Для этого введем равномерную сетку по V и t .

$$\Omega_h = \{V_k^j = i \cdot h, j = \overline{0, N_k}; h = L_k / N_k\}$$

$$\Omega_n = \{t_i = i \cdot l, i = \overline{0, 1, 2, \dots}\}$$

где N_k - количество узловых точек по V_k .

На сетке $c_{h,e} = \Omega_h \times \Omega_l$ к уравнениям (15)-(16) применим схемы: левый уголок, четырехточечную аппроксимация и схему Лакса.

Применим к уравнениям (1)-(4) для аппроксимации неявную схему. В результате получена следующая система конечно-разностных уравнений

$$\frac{d_{i+1,j}^k - d_{i,j}^k}{l} + U_k \frac{d_{i+1,j+1}^k - d_{i+1,j}^k}{h} = F(t, \rho_k, V_k, d^k, d^{k+1}, F_k); \quad (31)$$

$$\left(\frac{1}{l} - \frac{U_k}{h}\right) \cdot d_{i+1,j}^k + \frac{U_k}{h} \cdot d_{i+1,j+1}^k = F(t, \rho_k, V_k, d^k, d^{k+1}, F_k) + \frac{1}{\ell} d_{i,j}^k, \quad (i = \overline{1, 2, \dots, J = \overline{1, N}})$$

(32)

где

$$F(t, \rho_k, V_k, d^k, d^{k+1}, F_k) = \frac{J_k}{L_k \cdot \rho_k \cdot \frac{v_k}{U_k}}, \quad k \in \Omega$$

J_k - влаговыделение на единицу длины линии тока, начальные и граничные условия таковы:

$$d_{i,0}^k = c, (c = const), i = \overline{0, N_k},$$

$$d_{0,j}^k = d_{N_{k-1},j}^{k-1}, j = \overline{1, 2, \dots}, \quad (33)$$

где $(k-1)$ -й элемент является предыдущим элементом для k .

Система, полученная с помощью неявной схемы аппроксимации (32)-(33), решалась методом Гаусса и модифицированным методом прогонки, разработанным для решения систем дифференциальных уравнений первого порядка.

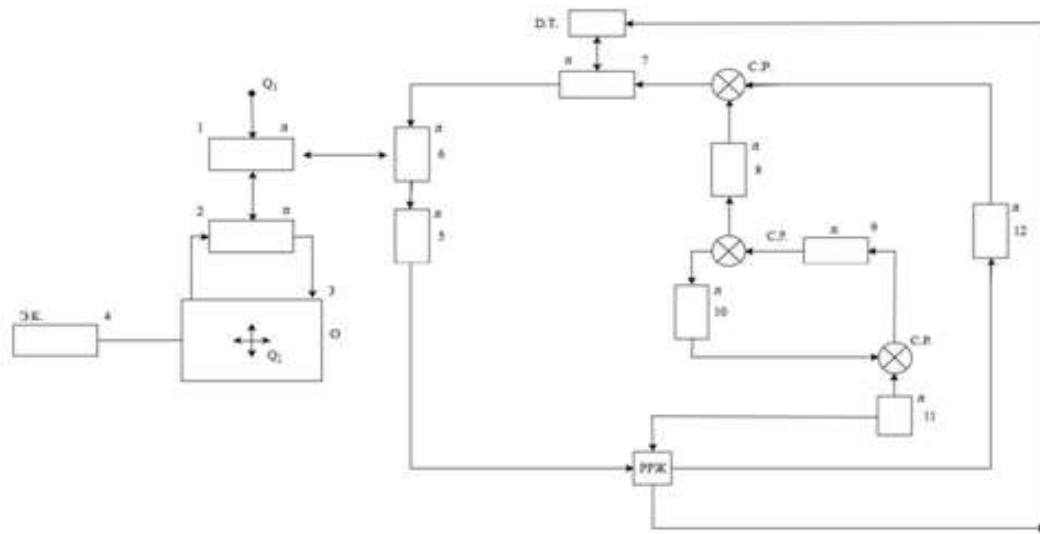


Рис. 1. Влагообменный сеть

В качестве примера рассмотрен задача которого показан в рис.1. В процессе участвует 5 элементов линия тока, 1-элемент объема.

$$\rho_6 \cdot V_6 \cdot \frac{dd_1^6}{dt} = \rho_6 v_{6ax} \cdot d_6 - d_1^5 \cdot \rho_6 \cdot v_{6a\bar{u}\bar{o}} + J_{6a\bar{o}\bar{c}}$$

$$\rho_k \cdot \left(\frac{\partial d^i}{\partial t} + U_i \cdot \frac{\partial d^i}{\partial V_i} \right) = \frac{J_i}{L_k \cdot v_i / U_i}, \quad (i = \overline{1,11})$$

Начальные и граничные условия

$$d_{i,0}^k = c, \quad (c = const), \quad i = \overline{0,5}, \quad j = 1,2,\dots,$$

$$d_{0,j}^k = d_{N,j}^{k-1},$$

$$c_1 = 0.532$$

$$c = 0.50\bar{a} / \bar{i}^3$$

$$d_{12} = 0.52\bar{a} / \bar{i}^3$$

$$V_1 = 0.465 \cdot 10^{-3} m^3 \quad J_{\bar{a}\bar{c}} = 30.6 m^3$$

$$V_2 = 0.55 \cdot 10^{-3} m^3 \quad \rho_1 = 691\hat{e}\bar{a} / \bar{i}^3$$

$$V_3 = 0.405 \cdot 10^{-3} m^3 \quad \rho_2 = 1071\hat{e}\bar{a} / \bar{i}^3$$

$$V_4 = 0.394 \cdot 10^{-3} m^3 \quad \rho_3 = 855\hat{e}\bar{a} / \bar{i}^3$$

$$V_5 = 0.55 \cdot 10^{-3} m^3 \quad \rho_4 = 1.205\hat{e}\bar{a} / \bar{i}^3$$

$$V_{12} = 0.37 m^3 \quad \rho_{12} = 0.37\hat{e}\bar{a} / \bar{i}^3$$

Неявная схема "левый угол" Таблица 2

Номер элемента	Время вычисления (Тмин)	Начальное состояние элемента	Значение влаги в начале элемента	Значение влаги в середине элемента	Значение влаги в конце элемента	Смеситель-разделитель	Регулятор	Температура датчика
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	60	0.509	0.510	0.512	0.513	0.516	1	275.5
2.	60	0.513	0.514	0.515	0.516	"...."	"...."	"...."
3.	60	0.516	0.517	0.517	0.517	"...."	"...."	"...."
4.	60	0.517	0.5172	0.5173	0.5174	"...."	"...."	"...."
5.	60	0.5175	0.5176	0.5177	0.5178	"...."	"...."	"...."
6.	60	0.5178	0.5179	0.5179	0.518	"...."	"...."	"...."
7.	60	0.518	0.519	0.520	0.521	"...."	"...."	"...."
8.	60	0.5214	0.5215	0.5216	0.5217	"...."	"...."	"...."
9.	60	0.5217	0.5218	0.5219	0.522	"...."	"...."	"...."
10.	60	0.5223	0.5224	0.5225	0.5226	"...."	"...."	"...."
11.	60	0.5227	0.5228	0.5229	0.5229	"...."	"...."	"...."
12.	60	0.5164	0.5165	0.5166	0.5167	"...."	"...."	"...."
13.	60	0.5167	0.5168	0.5169	0.517	"...."	"...."	"...."

Метод прямых Таблица 3

Номер элемента	Время вычисления (Тмин)	Начальное состояние элемента	Значение влаги в начале элемента	Значение влаги в середине элемента	Значение влаги в конце элемента	Смеситель-разделитель	Регулятор	Температура датчика
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	60	0.508	0.509	0.510	0.512	0.516	1	275.5
2.	60	0.512	0.5124	0.5125	0.5126	"...."	"...."	"...."
3.	60	0.513	0.5134	0.5136	0.514	"...."	"...."	"...."
4.	60	0.514	0.5145	0.5151	0.5156	"...."	"...."	"...."
5.	60	0.516	0.517	0.518	0.519	"...."	"...."	"...."
6.	60	0.519	0.5195	0.5196	0.5197	"...."	"...."	"...."
7.	60	0.5197	0.5198	0.520	0.521	"...."	"...."	"...."
8.	60	0.521	0.5215	0.5216	0.5217	"...."	"...."	"...."
9.	60	0.5217	0.5218	0.5219	0.522	"...."	"...."	"...."
10.	60	0.522	0.5225	0.5226	0.5227	"...."	"...."	"...."
11.	60	0.5227	0.523	0.5234	0.5237	"...."	"...."	"...."
12.	60	0.5126	0.5134	0.5138	0.5142	"...."	"...."	"...."
13.	60	0.5142	0.5145	0.5147	0.515	"...."	"...."	"...."

Результаты численных расчетов. Результаты задачи теплообмена для сети, указанной на рис. 1 приведены в таб.2 и таб.3. Как следовало ожидать, наиболее хорошие результаты получены методом сеток с шаблоном аппроксимации «левый угол» (явная схема). Однако для устойчивости метода

требуется выполнения условия Куранта: $U_k \frac{\Delta t}{\Delta V} \leq 1$, т.е. выбор шага по времени зависит от шага по объему и при малом шаге задача решалась достаточно долго. Известно, что при использовании неявной

схемы условие устойчивости имеет вид: $U_k \frac{\Delta t}{\Delta V} \leq 1$, что означает возможность выбора шагов по

объему независимо друг от друга.

Выводы. Разработан алгоритм для автоматизации построения дискретных аналогов математических моделей (10), (12), (13),(15).

При этом необходимо знание начальных значений температур каждого элемента, собственных конструктивных размеров элементов сети, значений коэффициентов теплопередачи между элементами, значение объемных расходов и др. На основе этих данных строятся таблицы связей, которые и являются основной информационной базой для автоматической генерации конечно-разностных схем для моделей (10), (12), (13),(15).

Если в сети существуют линии тока, на которые внешние влаговые воздействия отсутствуют, такда их можно принять за точку, или вовсе не рассматривать, или считать частью смежной линии тока, на которой имеется внешнее воздействие. При этом подходе появляется возможность укрупнить шаги и по времени и по объему.

Для учета различных тепловых связей в комплексной математической модели, в алгоритме предусмотрена специальная система кодировки, которая позволяет идентифицировать типы элементов и

их взаимное расположение (смежность между собой).

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. В.М.Пасконов, В.И.Полежаев, Л.А. Чудов Численное Моделирование Процессов тепло и массообмена. Издательство “Наука” стр.284- 1984.
- [2]. А.А. Самарский. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983, 616 с.
- [3]. А.А. Самарский, А.В. Гулин. Устойчивость разностных схем. - М.: Наука, 1973.–240 с.
- [4]. Степаненко В.М., Лыков В.Н. Численное моделирование процессов теплообмена в системе водоем-грунт. Метеорология и гидрология., 2005, №3, с. 95-104.
- [5]. 5. Степаненко В.М., Численная модель процессов теплообмена в системе атмосфера – водоем – почва. Вычислительные технологии, 2004, т.9, часть 1. с.112-122.
- [6]. Патанкар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течение в каналах. 2003, Издательства МЕИ, Москва, с. 310.

Gasimov G.G"One Of The Approaches To The Calculation Of Humidity Changes In A Complex Closed System." American Journal of Engineering Research (AJER), vol. 7, no. 07, 2018, pp. 316-325