

Numerical simulation of two phase noniso thermal processes non linear filtering

S.Y. Gasimov, R.S. Mammadov, S.O.Aliyeva

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, associatiive professor

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, associatiive professor

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, master student

Corresponding Author: GasimovS.Y.

Abstract: A numerical method for solving the problem based on numerical simulation of a non-isothermal process of non-linear filtration of a two-phase liquid is considered, taking into account relative phase permeabilities and capillary forces.

The numerical implementation of the algorithm was carried out by the finite difference method on an adaptive grid. The proposed difference-iterative method in adaptive grids can be applied to determine the rational method of reservoir stimulation.

Keywords: viscous-plastic fluid, difference-iterative method, Rapoport-Lis model, adaptive mesh, computational experiment.

Date of Submission: 02-11-2022

Date of acceptance: 13-11-2022

Введение. Как известно, методы теплового воздействия на эксплуатируемые нефтяные месторождения, содержащие высоковязкие нефти, является одним из основных средств интенсификации добычи нефти и увеличения нефтеотдачи пластов [1-3]. Значительный теоретический и практический интерес представляет изучение влияния температурного фактора на эффективность разработки месторождения на основе численного моделирования неизотермического процесса нелинейной фильтрации двухфазной жидкости с учетом относительных фазовых проницаемостей и капиллярных сил.

Ввиду того, что система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая процесс тепло- и массопереноса в нефтяном пласте обладает рядом специфических особенностей, не позволяющих непосредственно использовать существующие численные методы. Поэтому появляется необходимость в разработке эффективного численного метода решения задач неизотермической двухфазной нелинейной фильтрации.

1. Постановка задачи. Рассматривается плоско-радиальная задача неизотермической нелинейной фильтрации вязко-пластичной нефти в пласте длины L . Если принять, что искомыми функциями являются $P_2(r, t) \equiv P(r, t)$, $P_k(r, t)$, то можно сформулировать следующую задачу: найти функции $P(r, t)$ и $P_k(r, t)$, из следующих уравнений и условий:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_1(r, S, U, P_1) \mu_1 \frac{\partial}{\partial r} (P + P_k) \right] \right] = \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_1 S_1), \quad (1)$$

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \lambda_2(r, S, U, P) \frac{\partial P}{\partial r} \right] \right] = \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_2 S_2),$$

$$(r, t) \in \Omega_T = \{(r, t): r_c < r < L, 0 < t \leq T\}$$

$$P(r, 0) = P^0(r), P_k(r, 0) = P_k^0(r), (r, 0) \in \bar{G}_0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} P(r,t) = \varphi_1(t), \\ \frac{\partial P_k}{\partial r} = G_1, r = r_c, 0 < t \leq T. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial P_k}{\partial r} = 0, \\ P(r,t) = \varphi_2(t), r = L, 0 < t \leq T. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь функция ψ_1 , учитывающая нелинейность закона фильтрации для вязко-пластичных жидкостей имеет вид [4]:

$$\psi_1 = \begin{cases} 1 - G_1 / |\text{grad}P_1|, \left| \frac{\partial P_1}{\partial r} \right| \geq G_1, \\ 0, \left| \frac{\partial P_1}{\partial r} \right| < G_1. \end{cases}$$

Приняты также следующие обозначения:

$$\lambda_1(r, S, U, P_1) = k(r) \frac{f_1(S) \rho_1(P_1)}{\mu_1(U, P_1)} > 0, \quad \lambda_2(r, S, U, P) = k(r) \frac{f_2(S) \rho_2(P)}{\mu_2(U, P)};$$

$f_1(S)$ и $f_2(S)$ – относительные фазовые проницаемости; P_i, S_i, ρ_i, μ_i – соответственно, давления, насыщенность, плотность и вязкость i -ой фазы; $G_1 = \alpha G_* \sqrt{m/k}$ – градиент сдвига или начальный градиент, α – некоторый числовой коэффициент; $\varphi_1(t), \varphi_2(t)$ – заданные функции, U – температура, $k(r)$ – абсолютная проницаемость, m – пористость.

Так как коэффициенты λ_1 и λ_2 являются функциями температуры, то задача (1)–(4) не может быть решена независимо от полученного решения уравнений, определяющих температурное поле. Поэтому для получения неизоотермической задачи двухфазной нелинейной фильтрации k задаче (1)–(4) необходимо присоединить уравнение переноса тепла в пористой среде с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial U}{\partial r} \right) + v \frac{\partial U}{\partial r} + \beta = c^* \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (5)$$

$$(r, t) \in \Omega_T,$$

$$U(r, 0) = U^0(r), (r, 0) \in \bar{\Omega}_0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial r} = 0, r = r_c, 0 < t \leq T, \quad (7)$$

$$U(r, t) = U^*(t), r = R, 0 < t \leq T, \quad (8)$$

Здесь

$$\lambda = m[\eta_1(1-S) + \eta_2 S] + \eta_3(1-m),$$

$$C^* = m[C_1^* \rho_1(1-S) + C_2^* \rho_2 S] + (1-m)C_3^* \rho_3,$$

$C_\alpha^*, \eta_\alpha (\alpha = 1, 2), C_3^*, \eta_3$ – соответственно, удельные теплоемкости и теплопроводности α фаз и твердого скелета; U^* – температура закачиваемой воды.

Будем предполагать, что теплообмен с окружающей средой происходит по закону Ньютона: $\beta = k(U - \bar{U})$, где \bar{U} – температура окружающей среды, k – коэффициент пропорциональности (зависит от физических свойств среды).

2. Численный алгоритм задачи. Как известно, трудности возникающие при численном решении поставленной задачи в рамках модели Рапопорта-Лиса, заключается в том, что решения разностных задач должны учитывать специфику процесса тепломассопереноса, происходящее в пласте.

Поэтому для численного моделирования задачи (1)–(4), (5)–(8) необходимо пользоваться разностно-итерационным методом в адаптивных сетках [3]. Воспользовавшись для задачи массопереноса неявной консервативной схемой, а для задачи теплопереноса неявной монотонной схемой, тогда дифференциальную задачу (1)–(8) аппроксимируем на сетке $\bar{\Omega}_{h_i, \tau_n}$, следующей разностной задачей:

$$\frac{1}{r} \left[\left(r \hat{\lambda}_1 \psi_1 \right)^{(-)} \hat{Y}_{1, \bar{r}} \right]_r + \left[\left(r \hat{\lambda}_1 \psi_1 \right)^{(-)} \hat{Y}_{2, \bar{r}} \right]_r = \left[(1-S)(m\rho_1)' Y_{1, \bar{r}} + \left[(1-S)(m\rho_1)' - m\rho_1 S' \right] Y_{2, \bar{r}} \right]_r$$

$$\frac{1}{r} \left(r \hat{\lambda}_2 \hat{Y}_{1, \bar{r}} \right)^{(-)}_r = \left[S(m\rho_2)' Y_{1, \bar{r}} + (m\rho_2 S') Y_{2, \bar{r}} \right]_r \tag{9}$$

$$\frac{1}{r} \left[\left(r \hat{\lambda} \right)^{(-)} \hat{Y}_{3, \bar{r}} \right]_r + v_1 \hat{Y}_{3, r} + v \hat{Y}_{3, \bar{r}} + \hat{\beta} = \hat{\gamma} U_i$$

$$1 < i < M - 1, 0 < n \leq N,$$

$$P(r_i, 0) = Y_{1,i}^0, P_k(r_i, 0) = Y_{2,i}^0, U(r_i, 0) = Y_{3,i}^0, \tag{10}$$

$$\begin{cases} \hat{Y}_{2,i} = \hat{\varphi}_1, \\ \hat{Y}_{1,r} = \hat{Y}_{2,r}, \\ \hat{Y}_{3,r} = 0, i = 0, 0 < n \leq N. \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \hat{Y}_{2,i} = \hat{\varphi}_2, \\ \hat{Y}_{1,r} + \hat{Y}_{2,r} = 0, \\ \hat{Y}_{3,i} = U^*, i = M, 0, n \leq N. \end{cases} \tag{12}$$

Здесь $v^{(+)} = \frac{1}{2}(v + |v|) \geq 0, v_\alpha = \lambda_\alpha \frac{\partial P_\alpha}{\partial r}$.

Для решения нелинейных систем алгебраических уравнений (9)–(12) применяется метод последовательных прогонок [5]. Заметим, что разностное уравнение (9) условно могут быть разделены на две группы: 1) гидродинамическая, 2) тепловая. Соответствующие уравнения каждой группы решаются самостоятельно методом простой итерации (или методом Ньютона).

В первой группе состоящей из (9)–(12), методом простой итерации решается следующее трехточечное уравнение

$$\begin{cases} -C_0^{(l)} Y_0^{(l+1)} + B_0^{(l)} Y_1^{(l+1)} = -F_0^{(l)}, i = 0, \\ A_i^{(l)} Y_{i-1}^{(l+1)} - C_i^{(l)} Y_i^{(l+1)} + B_i Y_i^{(l+1)} = -F_i^{(l)}, 1 \leq i \leq M - 1, \\ A_M^{(l)} Y_{M-1}^{(l+1)} - C_M^{(l)} Y_M^{(l+1)} = -F_M^{(l)}, i = M \end{cases} \tag{13}$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 22 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}, C_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, F_0 = \begin{pmatrix} -\varphi_1^* \\ 0 \end{pmatrix}$$

Аналогично, “тепловая группа“ (9)–(12) приводится к системе линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей

$$\begin{cases} -c_0^{(l_0)} Y_{3,0}^{(l_0+1)} + b_0^{(l_0)} Y_{3,i}^{(l_0+1)} = -f_0^{(l_0)}, i = 0, \\ a_i^{(l_0)} Y_{3,i-1}^{(l_0+1)} - c_i^{(l_0)} Y_{3,i}^{(l_0+1)} + b_i^{(l_0)} Y_{3,i}^{(l_0+1)} = -\varphi_i^{(l_0)}, 1 \leq i \leq M-1, \\ a_M^{(l_0)} Y_{3,M-1}^{(l_0+1)} - c_M^{(l_0)} Y_{3,M}^{(l_0+1)} = -\varphi_M^{(l_0)}, i = M. \end{cases} \quad (14)$$

Для коэффициентов системы (14) справедливы формулы:

$$\begin{aligned} c_0 &= -1, b_0 = 1, f_0 = 0, a_i^{(l_0)} = r_i^{-1} \bar{h}_i^{-1} h_i^{-1} \left(\bar{\chi}_i (r\lambda)_{i-1/2}^{(l_0)} - r_i h_i \bar{V}_i^- \right), \\ b_i^{(l_0)} &= r_i^{-1} \bar{h}_i^{-1} h_{i+1}^{-1} \left[\bar{\chi}_i (r\lambda)_{i+1/2}^{(l_0)} + r_i \bar{h}_i \bar{V}_i^+ \right] \\ c_i^{(l_0)} &= a_i^{(l_0)} + b_i^{(l_0)} + \tau_{n+1}^{-1} c_i^* + \bar{h}, \\ f_i^{(l_0)} &= \tau_{n+1}^{-1} (c^* Y_3)_i - \bar{h}_i Y_{3,i}^0, a_{M-1} = 0, c_M = 1, f_M = -U^*. \end{aligned}$$

В первой группе определяются сеточные функции Y_1, Y_2 , а во второй группе $-Y_3$. В обоих случаях получается система линейных алгебраических уравнений, которые решаются методом матричной прогонки. Итерации продолжаются до выполнения следующих условий:

$$\max |Y_{\alpha,i}^{(l+1)} - Y_{\alpha,i}^{(l)}| \leq \varepsilon_\alpha, \alpha = 1, 2, 3.$$

3. Результаты численных расчетов. На основе разработанного численного метода были проведены вычислительные эксперименты. При этом использованы следующие данные:

$$m = 0.3, K = 3.02 \cdot 10^{-12} m^2, r_c = 0.1 m, L = 100 m, H = 10 m, \rho_3 = 2.62 / cm^3,$$

$$\mu_2 = 0.01 \text{ Пуаз}, P_0 = 100 \text{ атм}, P_2^0(r) = 100 \text{ атм}, U^0(r) = 40^0 \text{ C}.$$

$$K = 1.163 \text{ вт/м}^2; C_1^* = 2270, C_2^* = 4187, C_3^* = 837 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град};$$

$$/ \eta_1 = 0.15, \eta_2 = 0.6, \eta_3 = 1.38 \text{ вт/м} \cdot \text{град}.$$

Плотности фаз определялись по формулам

$$\rho_1 = 0.00853 P_1 + 0.82592, \rho_2 = 0.01033 P_2 + 0.99989.$$

Вязкость средне-вязкой нефти вычислялась по формуле

$$\mu_1(U) = \frac{1}{(0.11622 + 0.005T)^2}.$$

Графики зависимостей $f_1(S), f_2(S), P_k(S)$ для средне-смачиваемой и гидрофильной породы заимствованы из [6].

Для выявления влияния проницаемости пород, содержащий высоковязкую нефть, на нефтеотдачу пласта были проведены гидродинамические расчеты для макропористых

$$(K = 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2) \text{ и для микропористых коллекторов } (K = 0.25 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2) \text{ при}$$

$\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = 10 \text{ кг} \cdot \text{с} / \text{см}^2$ (Рис.1). Температура закачиваемой воды была равна 40^0 C (пунктирные линии) и 150^0 C (сплошные линии).

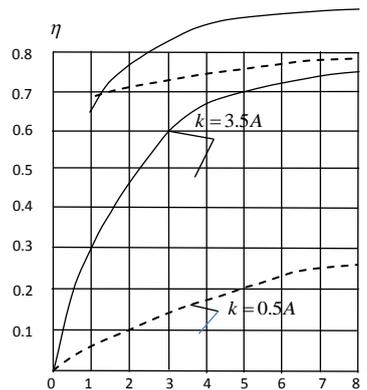


Рис.1. Влияния проницаемости пород, содержащих высоковязкую нефть, на нефтеотдачу пласта

Для изучения эффективности закачки горячей воды в истощенный пласт, были рассмотрены случаи, когда в пласт закачивается холодная и горячая вода. Начальное распределение насыщенностей и давлений истощенного пласта определялись так: из макропористого нефтеносного пласта, содержащего высоковязкую нефть и связанную воду (15%), отбиралась жидкость в количестве $50 \text{ м}^3/\text{сут.}$ до установления насыщенности воды на стенке эксплуатационной скважины уровня 30% – го рубежа. Затем отбор жидкостей прекращался до тех пор, пока не установится стационарное распределение насыщенностей и давлений в пласте, характеризуемые условиями

$$\left| \hat{Y}_{\alpha,i} - Y_{\alpha,i} \right| \leq \varepsilon_{\alpha}, i = \overline{1, M}, \alpha = 1, 2.$$

Результаты расчетов приведены в таблице 1. Отсюда видно, что обработка пласта горячей водой приводит к более полному вытеснению.

Таблица 1. Эффективность закачки горячей воды в истощенный пласт

r	Состояние истощенного пласта		Состояние пласта после 3-х лет			
	P	S	Закачка холодной воды		Закачка горячей воды	
	P	S	P	S	P	S
0.001	0.8975	0.3732	0.9746	0.5581	0.9733	0.5502
0.10	0.9697	0.3753	0.9919	0.5587	0.9915	0.5506
0.20	0.9805	0.3812	0.9945	0.5606	0.9943	0.5517
0.30	0.9866	0.3902	0.9961	0.5638	0.9959	0.5535
0.40	0.9907	0.4023	0.9971	0.5685	0.9970	0.5563
0.50	0.9936	0.4172	0.9979	0.5747	0.9979	0.5609
0.60	0.9957	0.4314	0.9985	0.5827	0.9986	0.5706
0.70	0.9973	0.4467	0.9990	0.5927	0.9991	0.5887
0.80	0.9985	0.4691	0.9994	0.6056	0.9995	0.6150
0.90	0.9994	0.4948	0.9999	0.6231	0.9998	0.6433
1.00	1.0000	0.5336	1.0000	0.6464	1.0000	0.6685

Выводы.

- разработан разностно-итерационный метод в подвижных сетках;
- исследовано влияние проницаемости нефтяного пласта на процесс вытеснения;
- изучена эффективность закачки горячей воды по сравнению с холодной при разработке нефтяных месторождений, содержащих средневязкие и высоковязкие нефти;
- изучено влияние периодичности закачки горячей и холодной воды на нефтеотдачу пласта.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Сургучев М.П. Вторичные и третичные методы увеличения нефтеотдачи пластов.- М.: Недра, 1985, 308 с.
- [2]. Вурже Ж., Сурно П., Комбрану М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов.- М.: Наука, 1989, 422 с.
- [3]. Мусаев Г.М., Пирмамедов В.Г. Численное решение задачи неизоотермической двух-фазной фильтрации.//В кн.:Прикладные задачи математической физики. Сб. научных трудов. Рига: ЛГУ им. П. Стучки. 1983. с. 152-161.
- [4]. Мирзаджанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку, 1959, 409 с.
- [5]. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики.-М.: Наука «Научный мир», 2003, 316 с.
- [6]. Желтов Ю. П. Механика нефтегазосного пласта. М. Недра,1975, 216 с.
- [7]. Schitkowski K. Numerical Solution of a Time-Optimal Parabolic Boundary-Value Control Problem.- Journal of optimization Theory and applications, 1979, Vol. 27, №2, 271-290.
- [8]. Васильев Ф.П. Об итерационных методах решения задач быстрогодействия, связанных с параболическими уравнениями. ЖВМ и МФ, 1970, т.10, №4, с.942-957.
- [9]. Гусейнов С.И., Шариати А.Ю. О численном решении задачи быстрогодействия неизоотермической фильтрации. Известия АНА, Серия физико-технических и математических наук, 1999, №3-4, с. 44-48.
- [10]. Huseynov S.I., Qasimov S.Y. Numerical solution to the optimal speed-in-Action problem for a heat conduction process with phrase constraints. 24th Mini EURO Conference On Continuons Optimization and Information - Based Technologies in The Financial Sector (MEC EurOPT 2010) Szur, Turkey, pp. 120-123.

Gasimov S.Y., et. al. "Numerical simulation of two phase noniso thermal processes non linear filtering." *American Journal of Engineering Research (AJER)*, vol. 11(11), 2022, pp. 49-54.